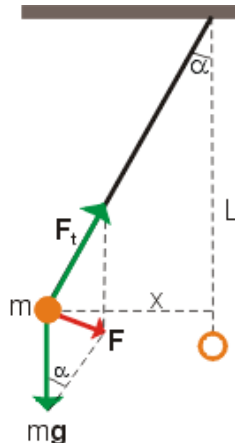


Mechanické kmitání (SŠ)

Matematické kyvadlo v Trnavě

Fyzikální princip

Matematickým kyvadlem rozumíme abstraktní model mechanického oscilátoru, kde je malé těleso hmotnosti m zavěšeno na pevném vlákně zanedbatelné hmotnosti a konstantní délky L (viz obr. 1).



Obr. 1: Matematické kyvadlo.

Při výpočtu se omezíme pouze na malé výchylky, abychom mohli oblouk, po kterém se kulička pohybuje (viz obr. 1), považovat za úsečku. Pro výchylku $\alpha \leq 5^\circ$ platí, že výraz $\sin \alpha$ je přibližně roven úhlu α , vyjádřenému v radiánech ($\sin \alpha \cong \alpha$). (Např. pro $\alpha = 5^\circ$, tj. pro $\alpha = 0,0873$ rad, dostaneme $\sin \alpha = 0,0872$.) Příčinou kmitavého pohybu matematického kyvadla je síla F , která je výslednicí tíhové síly mg a tahové síly F_t , kterou působí vlákno závěsu na těleso. Síla F působí proti výchylce kuličky a snaží se ji vrátit do rovnovážné polohy ($\alpha = 0$). Pro sílu F (viz obr. 1) platí:

$$F = -m g \sin \alpha = -m g \frac{x}{L}, \quad (1)$$

kde záporné znaménko upozorňuje, že síla působí proti výchylce.

Srovnáme-li vztah (1) s pohybovou rovnicí harmonického kmitání

$$F = -m \omega^2 x, \quad (2)$$

kde ω je úhlová frekvence pohybu, pak dostáváme vztah pro úhlovou frekvenci ω_0 vlastního kmitání matematického kyvadla

$$F = -m \omega^2 x = -m g \frac{x}{L} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}}. \quad (3)$$

Pro periodu T_0 a frekvenci f_0 vlastního kmitání matematického kyvadla platí:

$$T_0 = 2 \pi \sqrt{\frac{L}{g}}, \quad (4)$$

$$f_0 = \frac{1}{2 \pi} \sqrt{\frac{g}{L}}. \quad (5)$$

Ze vztahu (4) vidíme, že perioda kmitání matematického kyvadla nezávisí na hmotnosti tělesa ani na výchylce z rovnovážné polohy. Pro tíhové zrychlení g platí tedy vztah:

$$g = \frac{4 \pi^2 L}{T_0^2}. \quad (6)$$

Cíl

1. Seznámit se s vzdáleně ovládaným experimentem *Matematické kyvadlo v Trnavě*.
2. Ze vztahu (6) vypočítat tíhové zrychlení g pro dané místo měření.
3. Seznámit se resp. zopakovat si vlastnosti tíhového zrychlení g vzhledem k zeměpisné šířce a nadmořské výšce.
4. Vypracovat protokol o měření.

Pomůcky

Počítač s připojením na internet.

Schéma

Trnavská univerzita v Trnave, Pedagogická fakulta, Katedra fyziky

Matematické kyvadlo

Počet kyvov: 0 Okamžitá výchylka φ [rad] Červená farba zobrazuje 1/2 periódy T [s]

φ [rad]

t [s]

Velke rozliseni Vypnout

Nastavenie počiatočnej výchylky kyvadla 1 20 cm

Start Stop 5

Vozík neaktivny

Obr. 2: Webová stránka, z které lze experiment vzdáleně ovládat.

Na webové stránce <http://remotelab5.truni.sk/sk.html> (viz obr. 2) si nejprve zvolíte výchylku kyvadla v rozmezí 1 až 20 cm (číslo 1). Poté kliknete na zelené tlačítko Start (číslo 2). V apletu (číslo 3) můžete sledovat harmonický průběh průchodu kyvadla optickou závorou. V levé části stránky (číslo 4) je obraz z webové kamery, která zobrazuje aktuální změny na experimentu. V okamžiku, kdy chcete ukončit měření, kliknete na tlačítko Stop (číslo 5). Ve spodní části stránky můžete naměřená data stáhnout v číselné podobě např. do Excelu, a to kliknutím na tlačítko „Výstupné údaje (Excel)“.

Postup měření

1. Zapněte počítač a připojte se na internet. Experiment je umístěn na webové stránce <http://remotelab5.truni.sk/sk.html> (obr. 2).
2. Pokud by se na této webové stránce vyskytly chyby, vyzkoušejte tento experiment v jiném webovém prohlížeči.
3. Pokud je vše v pořádku lze přejít k měření. Nejprve se seznámte s ovládáním experimentu a proveďte jedno zkušební měření, kde se seznámíte s funkcemi jednotlivých tlačítek (Start, Stop apod.).

4. Nejprve nastavte počáteční výchylku kyvadla (1 až 20 cm) a poté klikněte na zelené tlačítko *Štart*. Délka kyvadla L je **2,07 m** (dopočítejte jaký je počáteční úhel vychýlení α mat. kyvadla). Po několika kmitech klikněte na tlačítko *Stop*. Poté klikněte na tlačítko *Výstupné údaje (Excel)* a exportujte číselné hodnoty do Excelu a vytvořte z nich graf. Z tohoto grafu určete periodu kmitavého pohybu T a všechny údaje si запиšte do tab. 1. Poté zvolte jinou počáteční výchylku a celý postup opakujte ještě 4krát.

Tab. 1 – délka kyvadla $L = 2,07$ m

Výchylka kyvadla		Perioda	$g \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$
$y =$	$\alpha =$	$T =$	
$y =$	$\alpha =$	$T =$	
$y =$	$\alpha =$	$T =$	
$y =$	$\alpha =$	$T =$	
$y =$	$\alpha =$	$T =$	

5. Hodnoty z tab. 1 dosadíte do vzorce (6) a vypočítejte tíhové zrychlení pro dané místo.
 6. Vypracujte protokol o měření, který má standardní části: Úvod, Teoretická část, Experimentální část (naměřená data, grafy, výpočty a tabulky), Závěr a Zhodnocení měření.

Doplňující otázky

1. Popište změny tíhového zrychlení na Zemi a vysvětlete pojem normálové tíhové zrychlení. Jak se mění tíhové zrychlení v různých zeměpisných šířkách a jaký vliv má na hodnotu tíhového zrychlení nadmořská výška? Jaká je hodnota tíhového zrychlení g na rovníku a jaká na pólu?
2. Srovnajte experiment se vzdáleným experimentem na webové stránce <http://www.ictphysics.upol.cz/remotelab/>, diskutujte o naměřených hodnotách tíhového zrychlení.
3. Určete frekvenci kmitavého pohybu pro naměřené periody z tohoto experimentu.
4. Diskutujte, zda lze použít vzorec (6) i pro největší výkmit mat. kyvadla v tomto experimentu (tedy pro 20 cm).
5. Pokuste se provést podobný experiment v laboratoři nebo ve třídě. Jaké pomůcky budete k tomuto pokusu potřebovat?

Použitá literatura

- [1] Lepil, O.: *Fyzika pro gymnázia. Mechanické kmitání a vlnění*. Prometheus Praha, 2001.
- [2] Halliday, D., Resnick, R., Walker, J.: *Fyzika. Část 2. Mechanika – Termodynamika*. VUTIUM, Brno, 2006.
- [3] Reichl, J.: *Encyklopedie fyziky*. [on-line] [cit. 2010-7-27]. Dostupné z <http://fyzika.jreichl.com/>.
- [4] <http://remotelab5.truni.sk/sk.html> [on-line] [cit. 2011-7-27].